

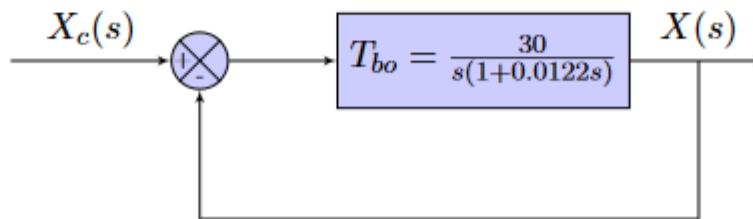
## TP Sous-marin

**Modélisation :** La dynamique du centre de gravité du sous-marin est supposée définie par la transmittance  $G(s)$  liant la profondeur  $Y(s)$  à l'angle  $X(s)$  que fait le gouvernail de profondeur par rapport à l'horizontale :

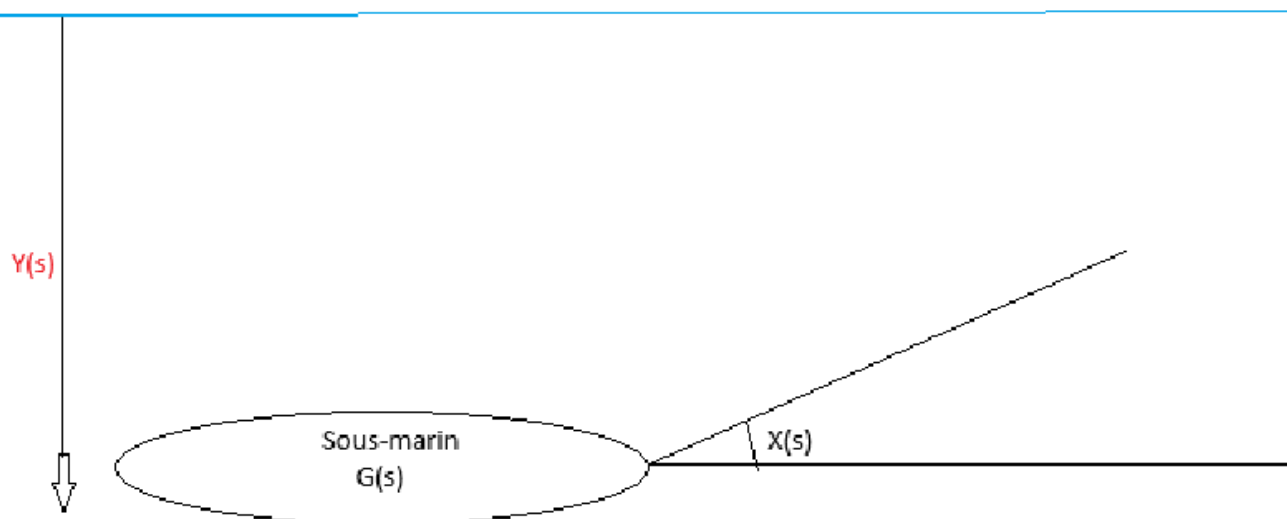
$$G(s) = \frac{(1+s)^2}{s(s^2 + 0.12164s + 0.1)} \quad (1)$$

A l'aide du logiciel MATLAB et de son extension SIMULINK on se propose d'étudier un asservissement élémentaire de la profondeur du centre de gravité du sous-marin.

Pour cela nous avons mis au point un asservissement de la position angulaire du gouvernail de profondeur à l'aide d'un actionneur approprié et d'un capteur permettant de mesurer l'angle que fait le gouvernail par rapport à l'horizontale. Le schéma de cet asservissement est donné sur la figure suivante :



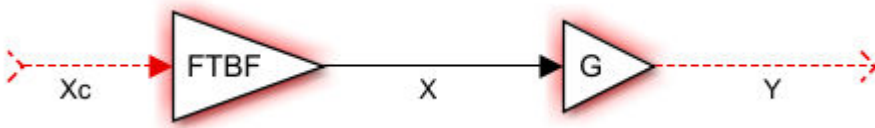
1)



2)

En utilisant la formule de Black sur le schéma bloc entre  $X_c$  et  $X$ , nous obtenons  $FTBF = \frac{30}{30+s(1+0.122s)}$

Ce qui nous donne le schéma bloc suivant:



On obtient ainsi la transmittance entre  $X_c$  et  $Y$  en multipliant  $FTBF$  et  $G$ , ce qui donne:

$$G_c(s) = FTBF(s) * G(s)$$

```
Tbf_numerateur=[30]
```

```
Tbf_numerateur = 30
```

```
Tbf_denominateur =[0.122 1 30]
```

```
Tbf_denominateur = 1×3
    0.1220    1.0000    30.0000
```

```
G_numerateur=[1 2 1]
```

```
G_numerateur = 1×3
    1    2    1
```

```
G_denominateur= [1 0.12164 0.1 0]
```

```
G_denominateur = 1×4
    1.0000    0.1216    0.1000    0
```

```
Tbf_systeme =tf(Tbf_numerateur, Tbf_denominateur)
```

```
Tbf_systeme =
```

```

      30
-----
0.122 s^2 + s + 30

```

Continuous-time transfer function.

```
G_systeme =tf(G_numerateur, G_denominateur)
```

```
G_systeme =
```

```

      s^2 + 2 s + 1
-----
s^3 + 0.1216 s^2 + 0.1 s

```

Continuous-time transfer function.

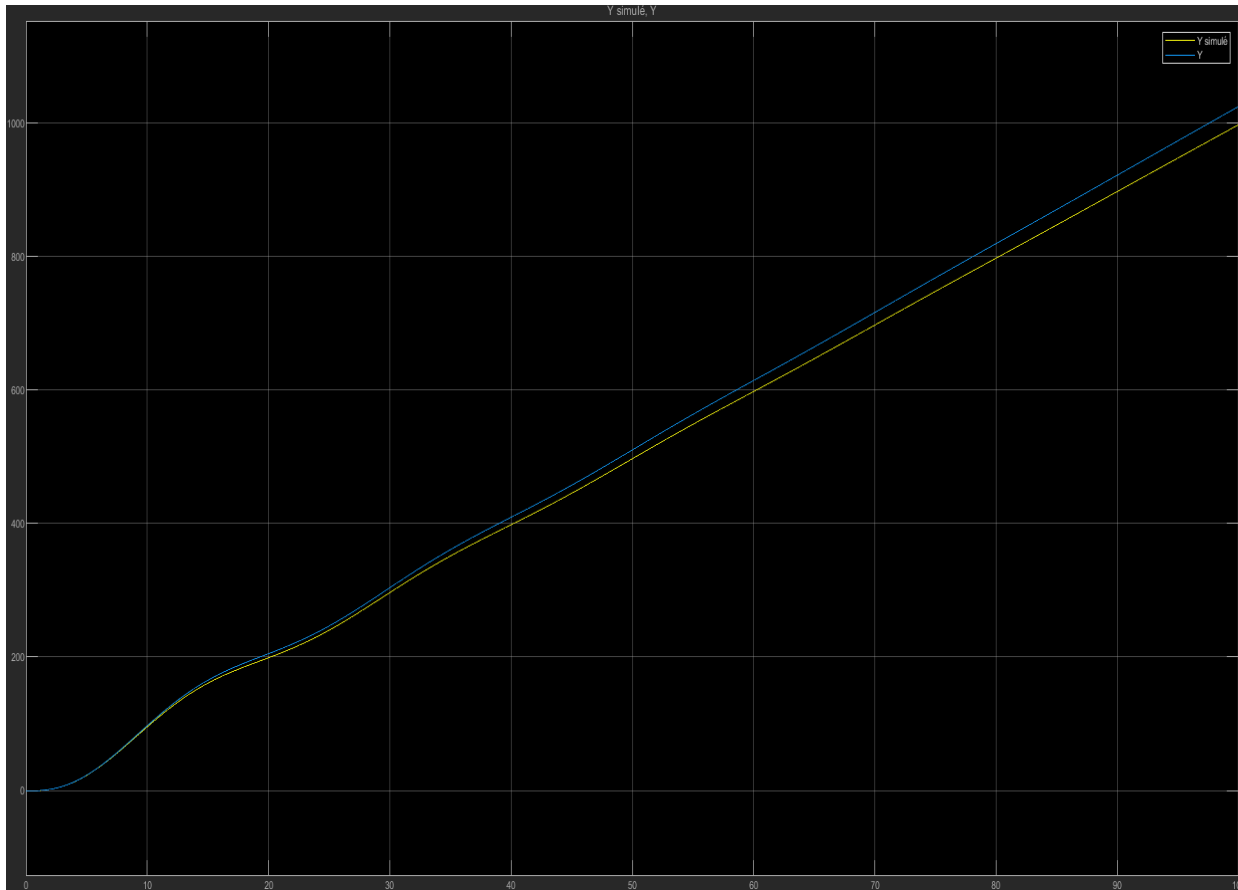
```
Tf_systeme=Tbf_systeme*G_systeme
```

Tf\_systeme =

$$\frac{30 s^2 + 60 s + 30}{0.122 s^5 + 1.015 s^4 + 30.13 s^3 + 3.749 s^2 + 3 s}$$

Continuous-time transfer function.

3)



On remarque que le signal simulé s'éloigne du signal réel avec le temps. On remarque aussi que pour un signal indiciel, les réponses ne sont pas stables

4)

Le système simulé semble instable; il ne semble donc pas possible de le piloter efficacement.

5)

On pose une représentation d'état en utilisant  $G(s) = \frac{Y(s)}{X_c(s)}$ . Ce qui nous permet de faire une identification:

$X_c(s) = G_{\text{dénominateur}}$  et  $Y(s) = G_{\text{numérateur}}$

On pose la variable d'état  $X = \begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \\ \ddot{X} \\ X^{(3)} \\ X^{(4)} \end{bmatrix}$  et les équations:  $\dot{X} = AX + BX_c$  et  $Y = CX + DX_c$

Les calculs nous donnent:

```
A=[0 1 0 0 0
    0 0 1 0 0
    0 0 0 1 0
    0 0 0 0 1
    0 -3/0.122 -3.748/0.122 -30.13/0.122 -1.015/0.122]
```

```
A = 5x5
      0      1.0000      0      0      0
      0      0      1.0000      0      0
      0      0      0      1.0000      0
      0      0      0      0      1.0000
      0 -24.5902 -30.7213 -246.9672 -8.3197
```

```
B=[0
    0
    0
    0
    1]
```

```
B = 5x1
      0
      0
      0
      0
      1
```

```
C=[30 60 30 0 0]
```

```
C = 1x5
      30      60      30      0      0
```

```
D=[0]
```

```
D = 0
```

On définit donc notre représentation d'état:

```
system_ss = ss(A,B,C,D)
```

```
system_ss =
```

```
A =
      x1      x2      x3      x4      x5
x1      0      1      0      0      0
```

|    |   |        |        |      |       |
|----|---|--------|--------|------|-------|
| x2 | 0 | 0      | 1      | 0    | 0     |
| x3 | 0 | 0      | 0      | 1    | 0     |
| x4 | 0 | 0      | 0      | 0    | 1     |
| x5 | 0 | -24.59 | -30.72 | -247 | -8.32 |

B =

|    |    |
|----|----|
|    | u1 |
| x1 | 0  |
| x2 | 0  |
| x3 | 0  |
| x4 | 0  |
| x5 | 1  |

C =

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
|    | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| y1 | 30 | 60 | 30 | 0  | 0  |

D =

|    |    |
|----|----|
|    | u1 |
| y1 | 0  |

Continuous-time state-space model.

6)

```
pole(system_ss)
```

```
ans = 5x1 complex
    0.0000          + 0.0000i
   -4.0990    +15.1350i
   -4.0990    -15.1350i
   -0.0608          + 0.3103i
   -0.0608          - 0.3103i
```

```
zero(system_ss)
```

```
ans = 2x1
   -1.0000
   -1.0000
```

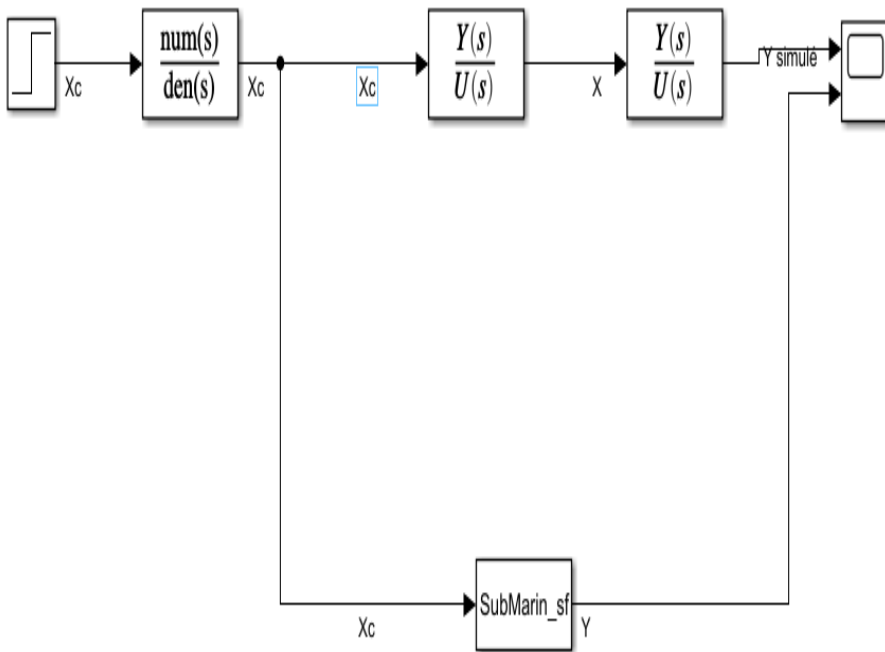
Pour les pôles, ils sont de parties réelles négatives à part un à 0. Ce qui veut dire que le système est à la limite de stabilité, d'où la divergence qu'on peut observer.

La partie imaginaire des pôles est non nulle, d'où les dépassements qu'on peut observer au début de la courbe.

Les zéros quant à eux vont influencer la dynamique du système déjà imposée par les pôles

7)

Pour simplifier les zéros, nous ajoutons un bloc dans le schéma tel que:



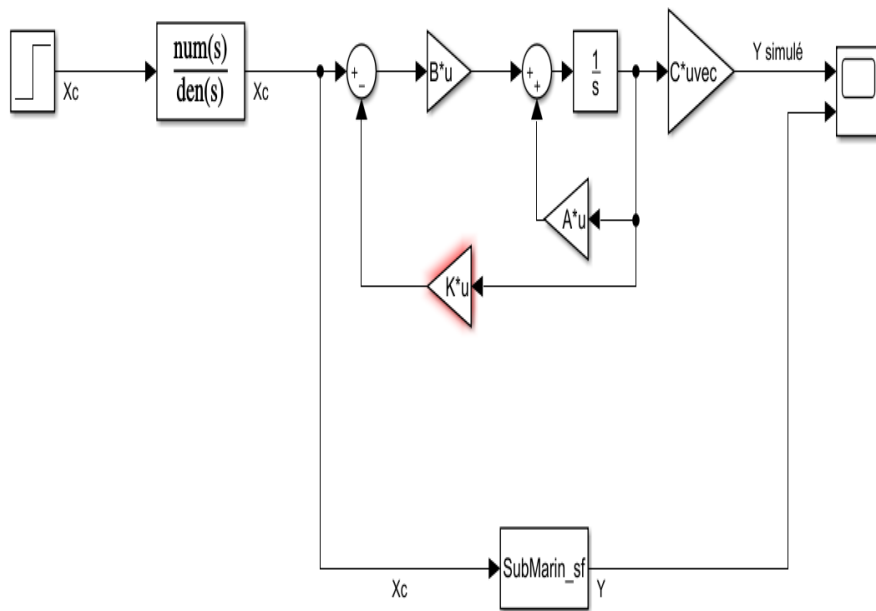
Qui correspond à l'inverse du numérateur, c'est à dire  $\frac{1}{30+60s+30s^2}$ .

## Commande par retour d'état

**Commande par retour d'état et précommande statique** On souhaite asservir ce système par retour d'état (+ précommande statique)

$$u(t) = -KX(t) + HY_c$$

1)



2)

On a  $T_r = 3\tau$ . On considère ce temps de réponse comme étant égal à 30 seconde pour être réaliste.

Et  $\tau = -\frac{1}{p} \Rightarrow p = -\frac{1}{\tau} = \frac{3}{T_r}$   
 $p_{lim} = -0.1$

On doit choisir des pôles à valeurs réelles négatives strictement plus petites que -0.1. On propose ainsi:

```
%p=[ -0.1 -1 -10 -50 -100]
p=[ -1 -2 -3 -4 -5]
```

```
p = 1x5
    -1    -2    -3    -4    -5
```

3)

On cherche à trouver K à l'aide des pôles estimés et de la représentation de notre système

```
K= place(A,B,p)
```

```
K = 1x5
    120.0000    249.4098    194.2787   -161.9672     6.6803
```

On cherche ensuite H la précommande :

```
Abf= A-B*K
```

```
Abf = 5x5
     0     1.0000     0     0     0
     0     0     1.0000     0     0
```

|           |           |           |          |          |
|-----------|-----------|-----------|----------|----------|
| 0         | 0         | 0         | 1.0000   | 0        |
| 0         | 0         | 0         | 0        | 1.0000   |
| -120.0000 | -274.0000 | -225.0000 | -85.0000 | -15.0000 |

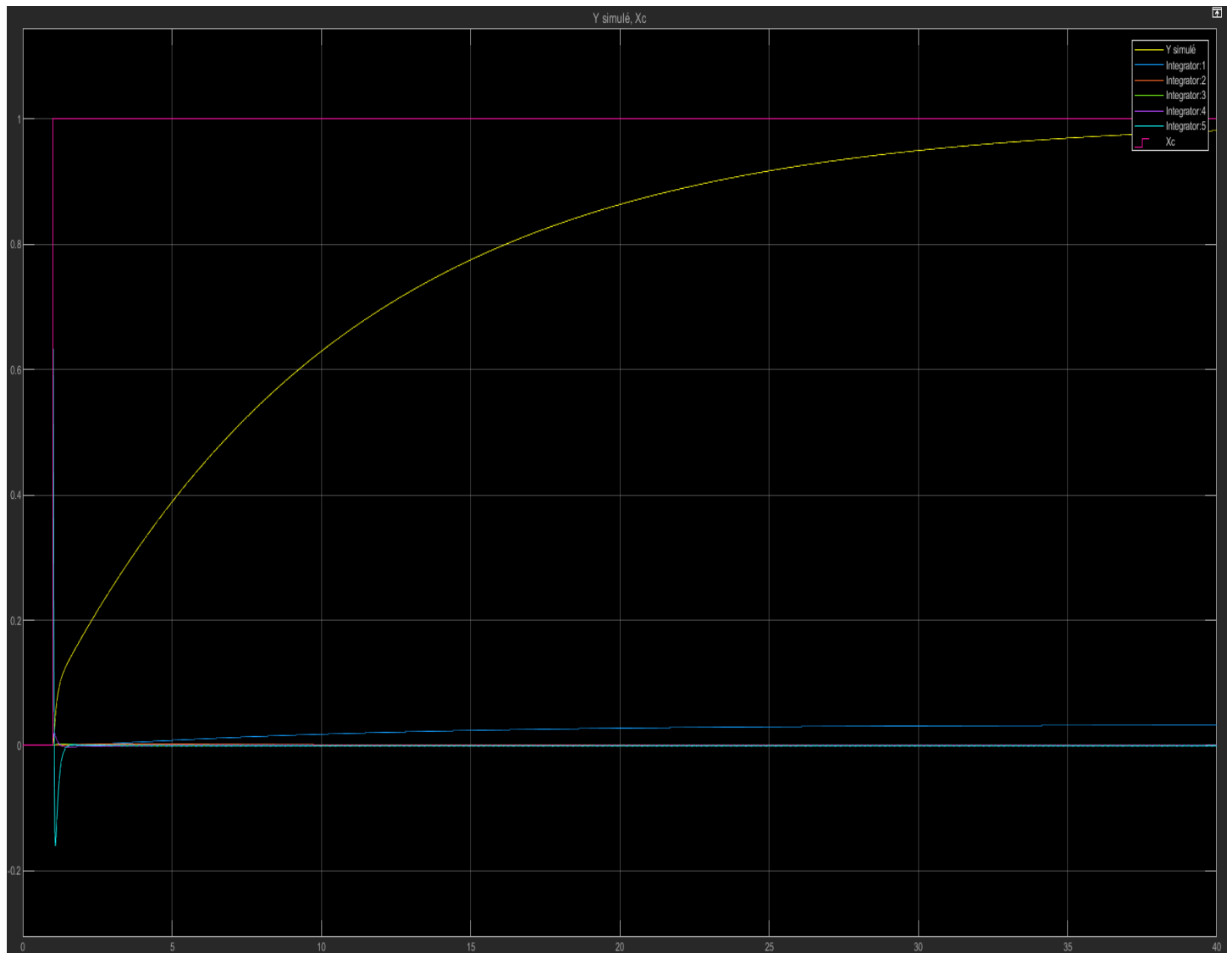
%gain statique

$H = 1 / (C \cdot \text{inv}(-Abf) \cdot B)$

H = 4.0000

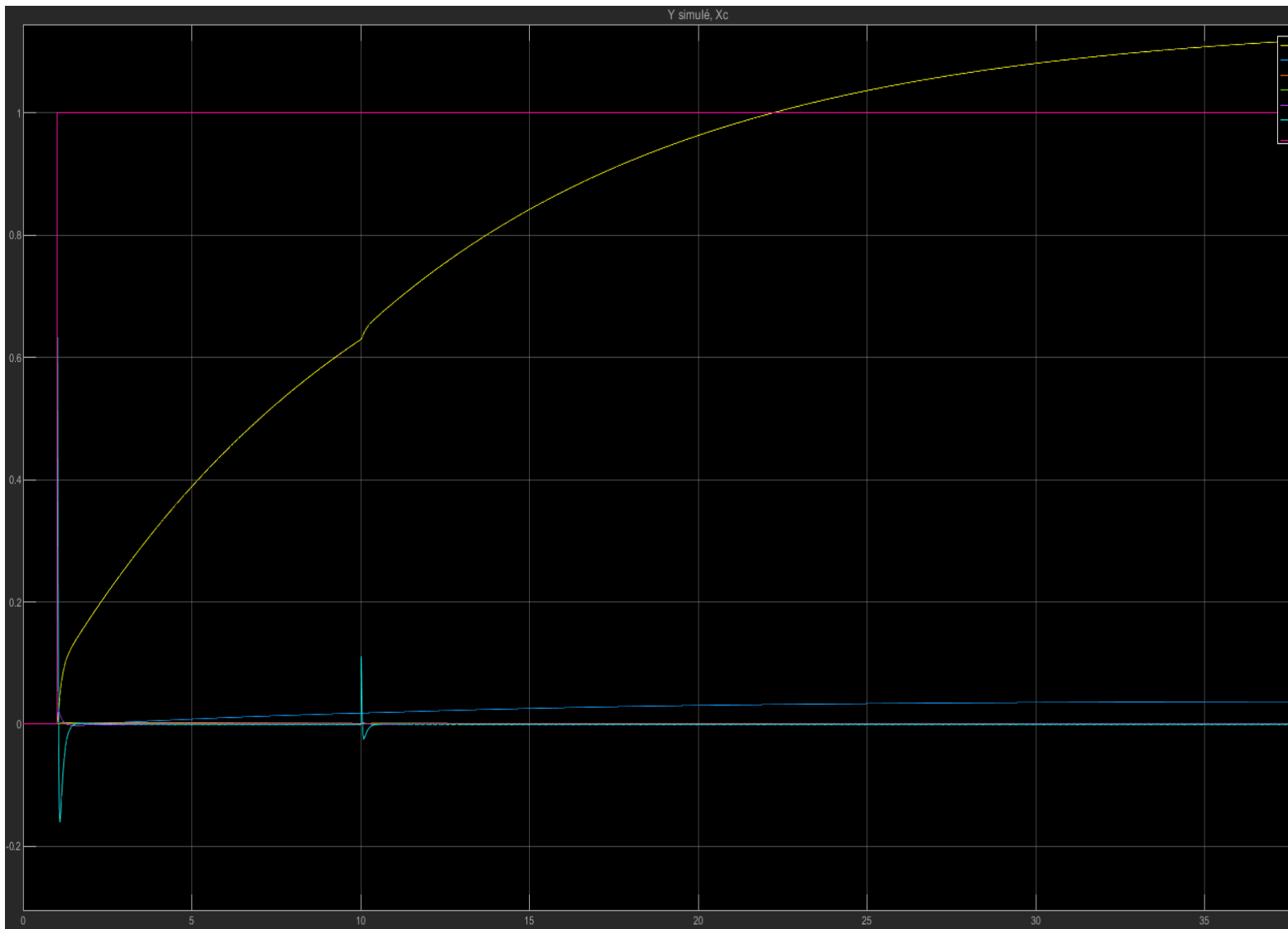
4)

On obtient cette courbe (en la comparant à l'entrée) :



♣5)

Avec une perturbation, on remarque que le système se met à dépasser fortement. Ce système n'est donc pas robuste et donc pas adapté à cet usage.



6)

```
p6=[-1 -10 -100 -500 -1000]
```

```
p6 = 1×5
      -1      -10     -100     -500     -1000
```

```
K= place(A,B,p6)
```

```
K = 1×5
108 ×
      5.0000      5.5650      0.5717      0.0067      0.0000
```

```
Abf= A-B*K
```

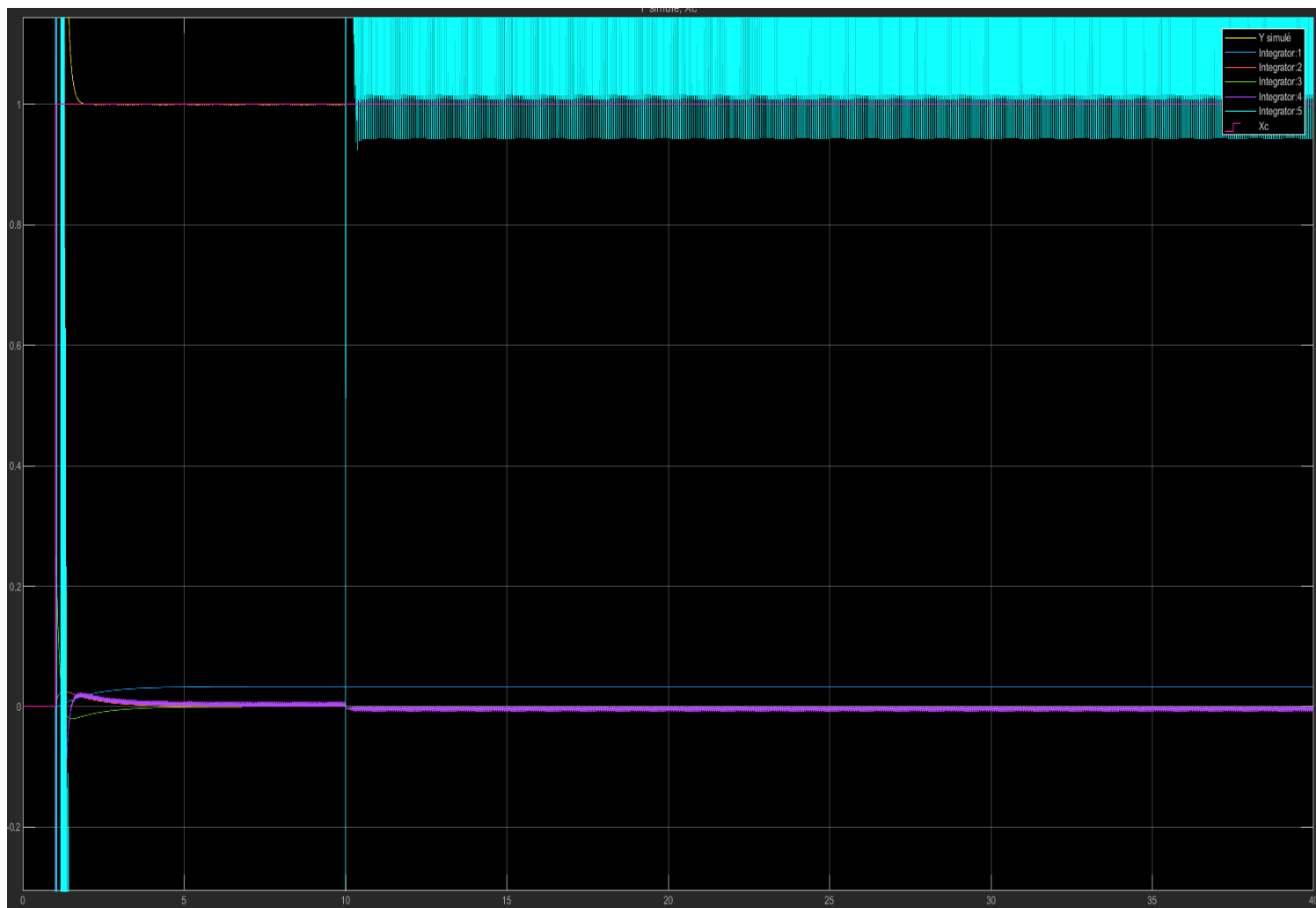
```
Abf = 5×5
108 ×
      0      0.0000      0      0      0
```

|         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0       | 0       | 0.0000  | 0       | 0       |
| 0       | 0       | 0       | 0.0000  | 0       |
| 0       | 0       | 0       | 0       | 0.0000  |
| -5.0000 | -5.5650 | -0.5717 | -0.0067 | -0.0000 |

%gain statique

$H=1/(C*inv(-Abf)*B)$

$H = 1.6667e+07$

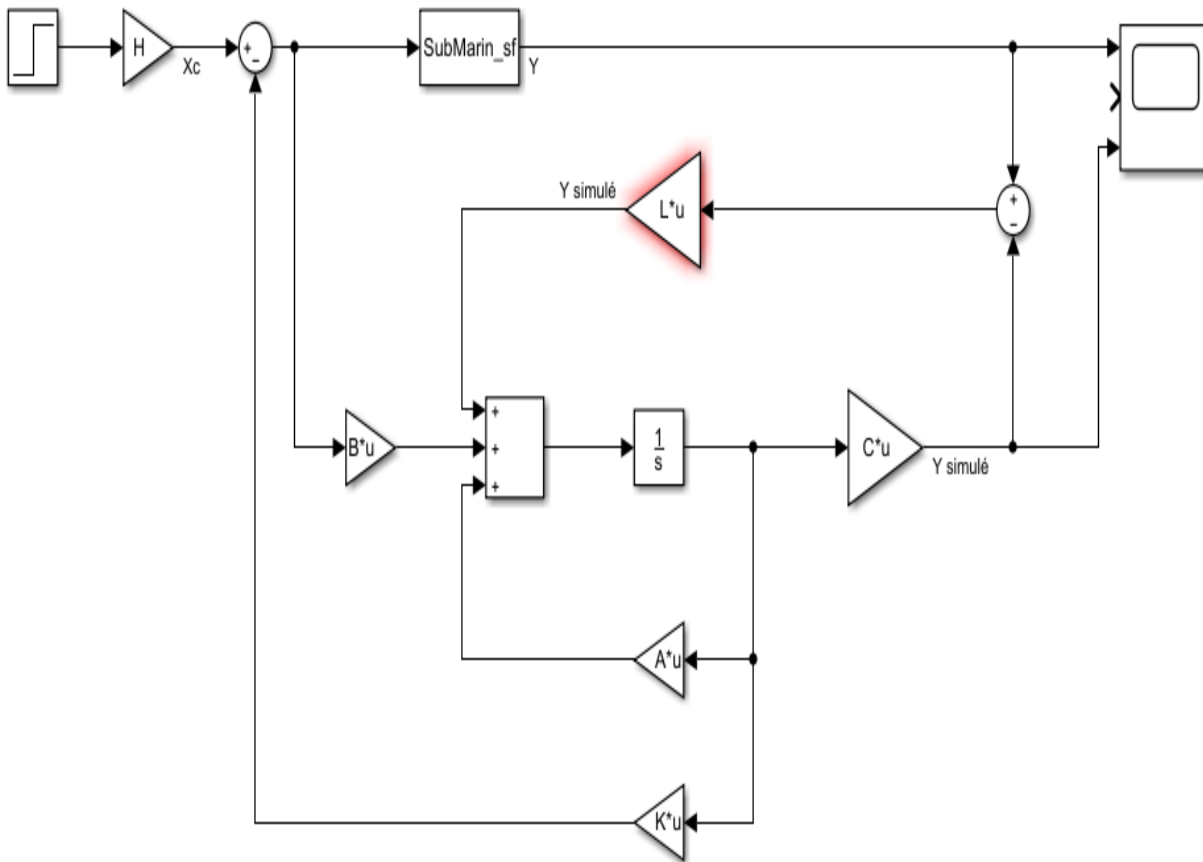


En augmentant d'un facteur 10 les pôles, nous obtenons des courbes plus chaotiques. On peut remarquer un fort dépassement du Y simulé avec la consigne, cela est probablement dû à l'instabilité.

## Observateur

**Observateur :** L'ensemble de l'état n'est pas mesurable et on souhaite mettre en oeuvre cet asservissement à l'aide de la mesure de profondeur uniquement. On se propose donc de mettre en oeuvre un observateur de Luenberger de gain  $G_c$ .

1)



2)

L'observateur doit satisfaire les critères de Kalman afin d'être observable et commandable comme le système

3)

On doit les choisir au moins 5 fois plus rapide que ceux du système réel car l'observateur doit être plus rapide que le système

4)

```
pobs=p.*15
```

```
pobs = 1x5
    -15    -30    -45    -60    -75
```

On définit d'abord les pôles de l'observateur.

```
L = place(A,C',pobs)
```

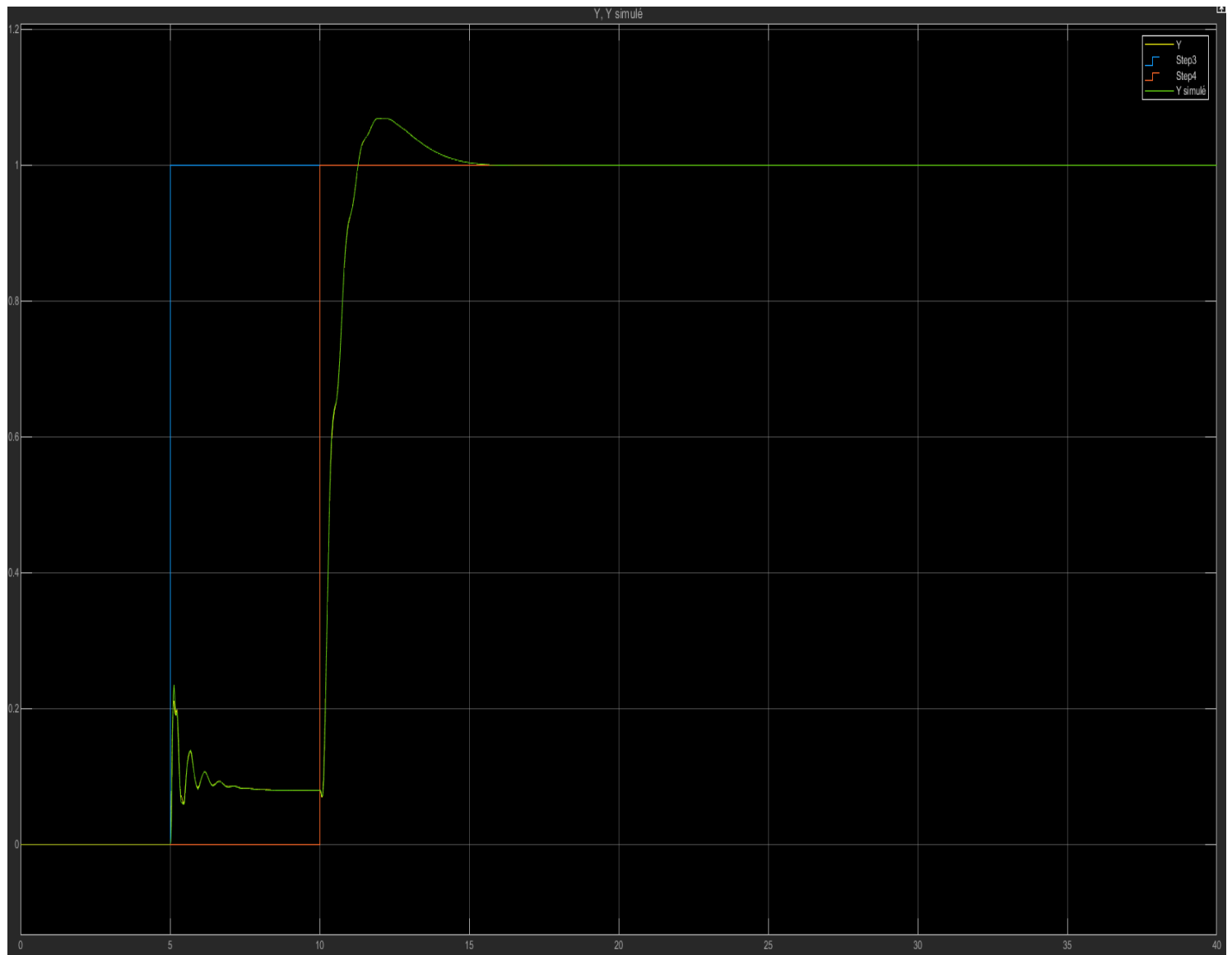
```
L = 1x5
10^4 ×
    0.9122    -1.1889    1.4664    0.0459    0.0072
```

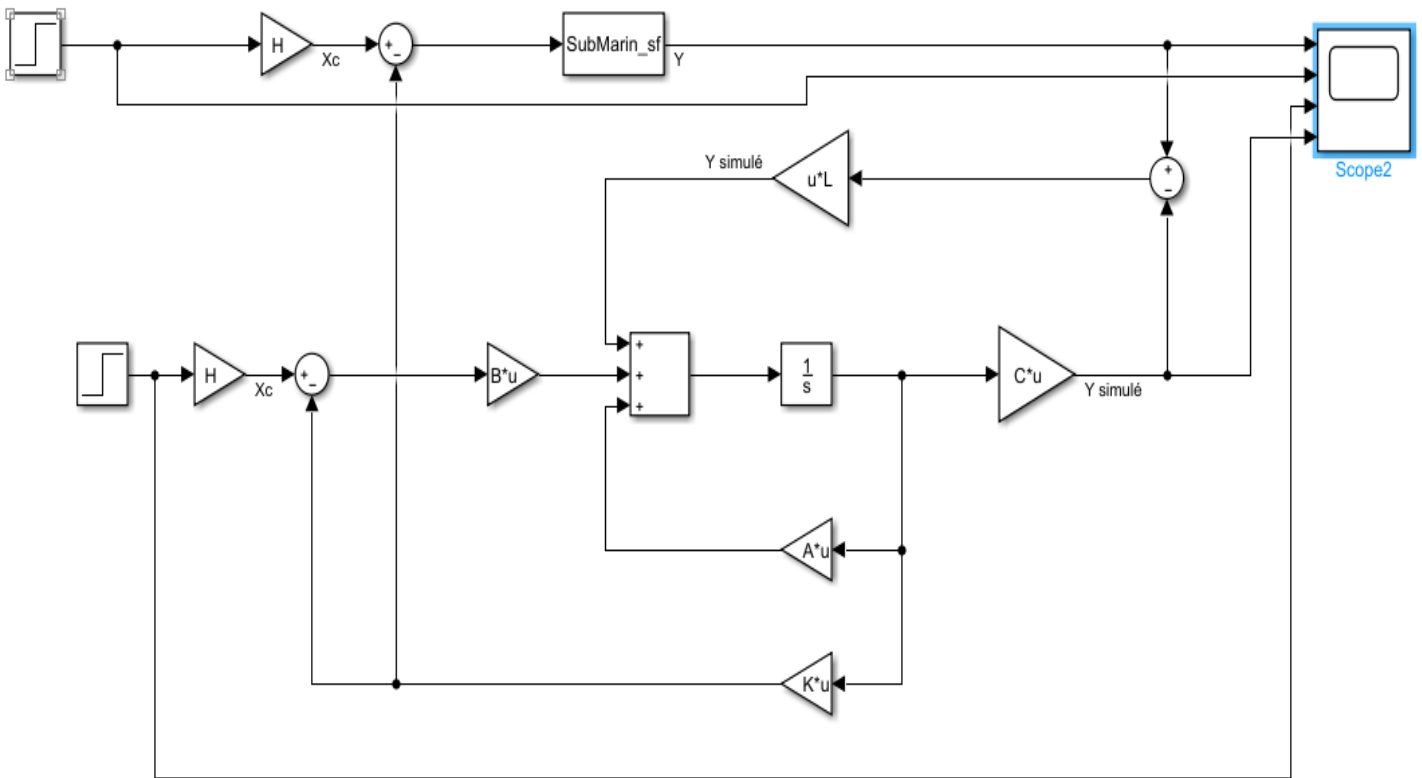
On calcule ensuite L grâce à la fonction place de la même manière que K

5)

Le spectre du système globale est donc une concaténation des pôles:  $p = [-1, -2, -3, -4, -5, -5, -10, -15, -20, -25]$

6)

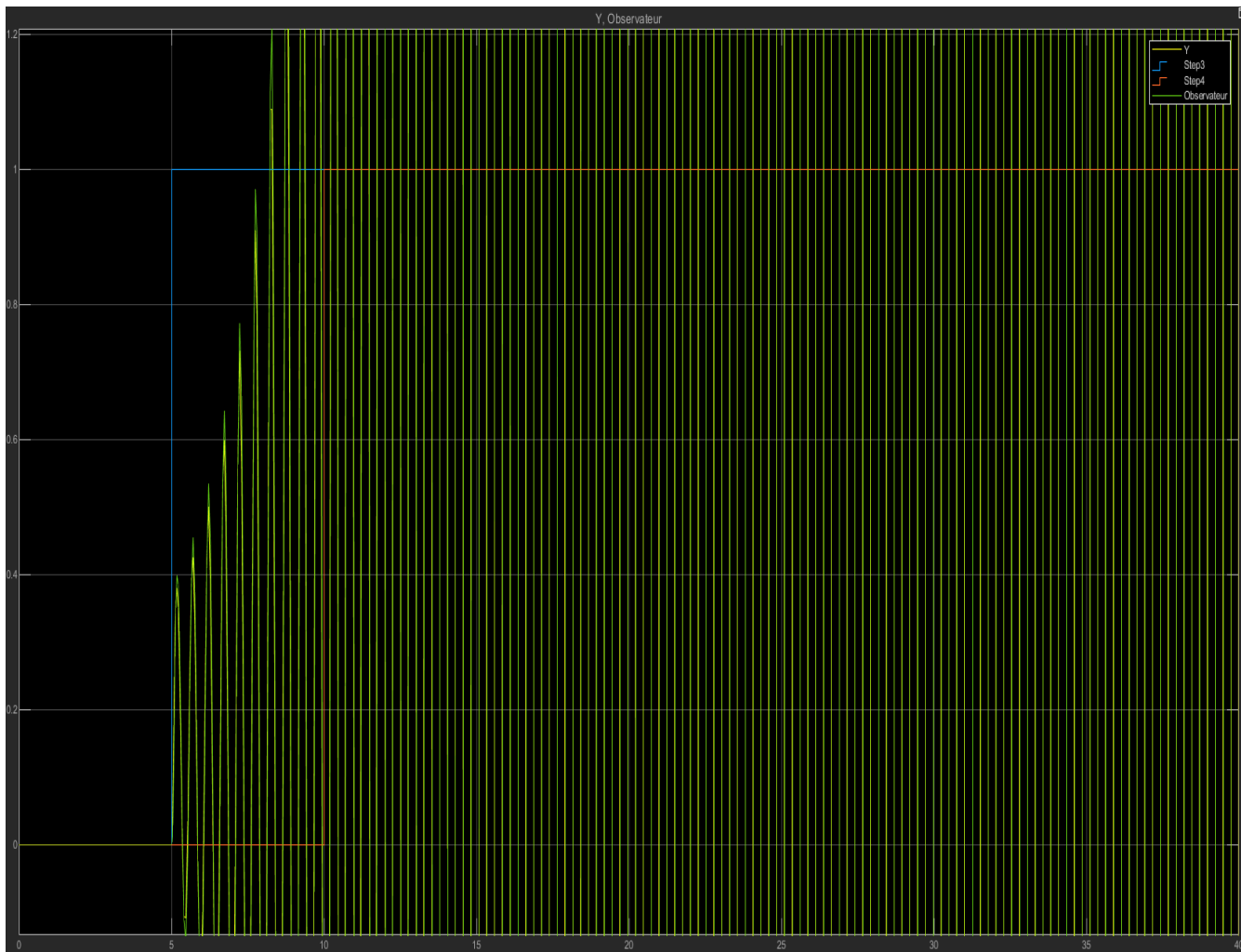




On voit sur cette courbe que le signal du système et de l'observateur se suivent malgré la différence de conditions initiales imposés. Le système reçoit l'échelon à 5s tandis que l'observateur le reçoit à 10s.

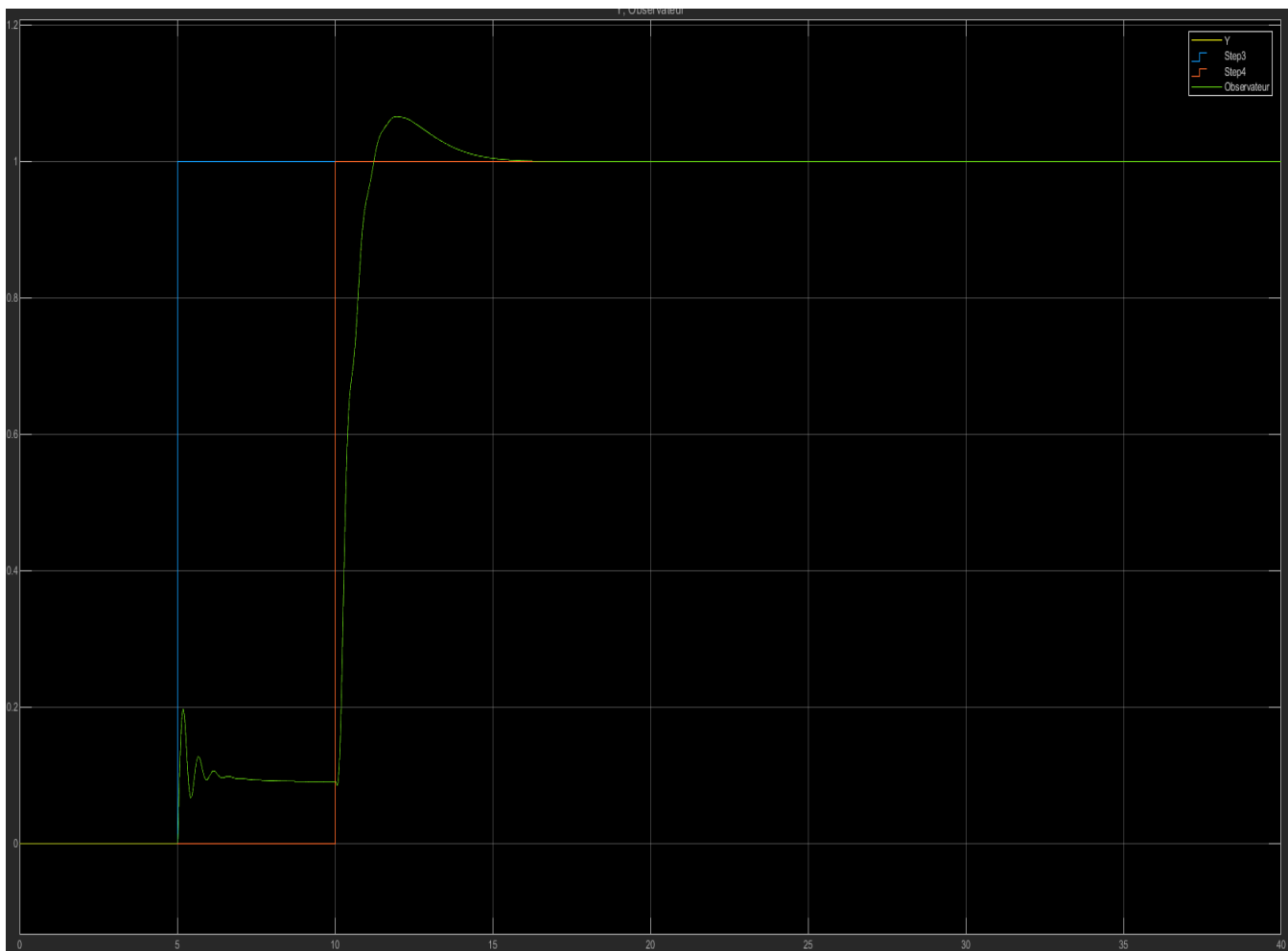
7)

En mette les pôles de l'observateur à seulement 4 fois plus rapide nous obtenons la courbe suivante:



Cela confirme le fait que l'observateur doit être plus rapide que le système d'au moins 5 fois.

Lorsque l'on met les pôles de l'observateur à 15 fois ceux du système, on obtient la courbe suivante:

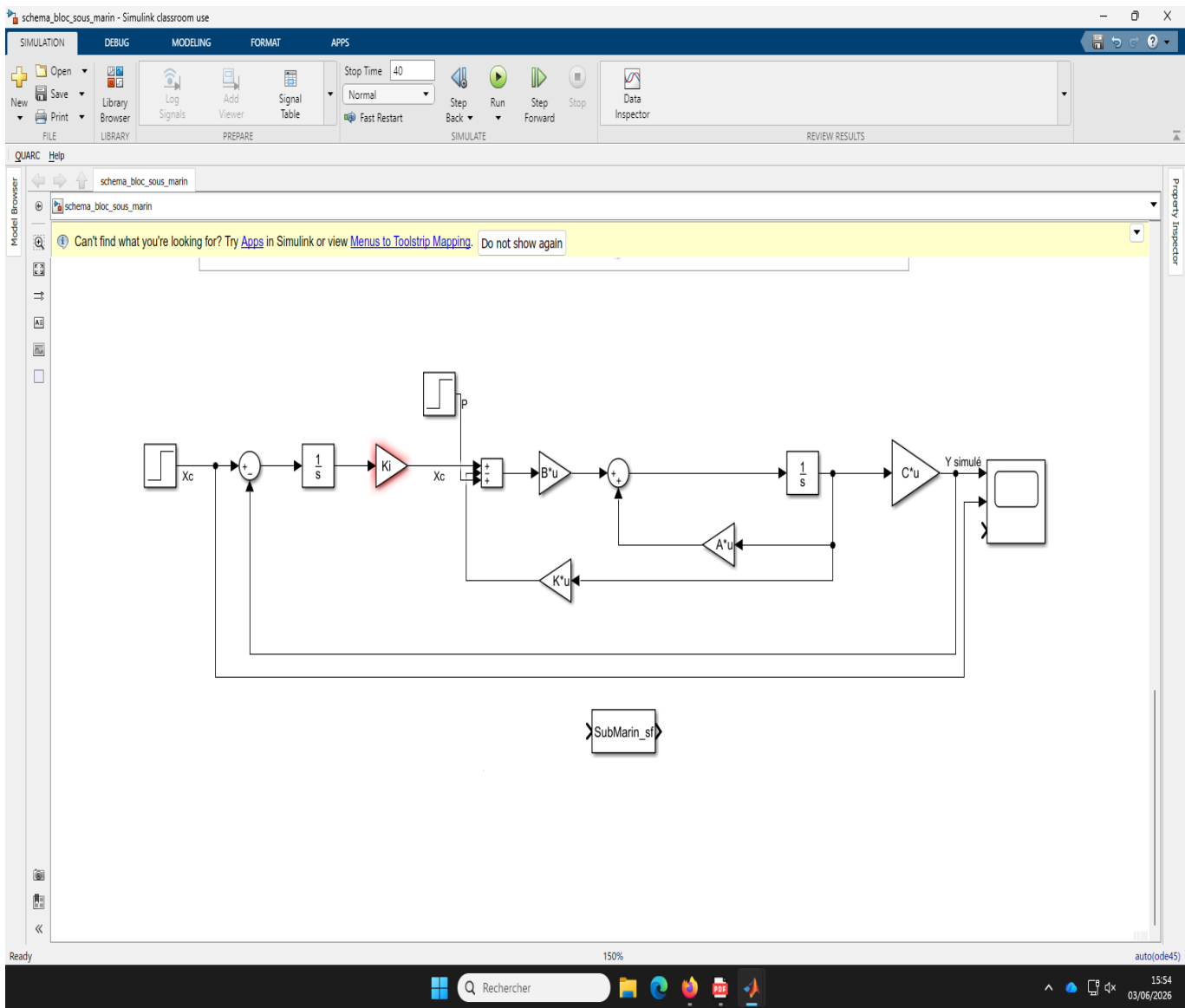


Nous pouvons voir que la courbe de l'observateur et du système se suivent mieux, particulièrement lors des oscillations entre les 2 échelons. Cela est logique car l'observateur est encore plus rapide.

## Intégrateur

**Prise en compte d'intégrateurs :** On souhaite maintenant reprendre l'asservissement précédent en incluant un intégrateur dans la boucle. On commencera par mettre en oeuvre cet intégrateur sur le système commandé par retour d'état (sans observateur)

1)



2)

$$\dot{X} = AX + B * (K_i * \varepsilon - KX)$$

$$\dot{\varepsilon} = Y_c - CX$$

Le correcteur voit la représentation d'état précédente. La dimension du retour d'état

est de 1, c'est un scalaire.

3)

On choisit les pôles de l'intégrateur en fonction de la stabilité (à partie réelle strictement négative) et des contraintes physique. On propose ainsi:

$$p_{int} = [-1.1]$$

$$p_{int} = -1.1000$$

4)

$$A_{bar} = [A, [0; 0; 0; 0; 0];$$

-C, 0]

Abar = 6×6

|          |          |          |           |         |
|----------|----------|----------|-----------|---------|
| 0        | 1.0000   | 0        | 0         | 0       |
| 0        | 0        | 1.0000   | 0         | 0       |
| 0        | 0        | 0        | 1.0000    | 0       |
| 0        | 0        | 0        | 0         | 1.0000  |
| 0        | -24.5902 | -30.7213 | -246.9672 | -8.3197 |
| -30.0000 | -60.0000 | -30.0000 | 0         | 0       |

Bbar=[B  
0]

Bbar = 6×1

0  
0  
0  
0  
1  
0

pint\_sys= [-1,-2,-3,-4,-5, pint]

pint\_sys = 1×6

-1.0000      -2.0000      -3.0000      -4.0000      -5.0000      -1.1000

rank(B)

ans = 1

Kbar= place(Abar,Bbar,pint\_sys)

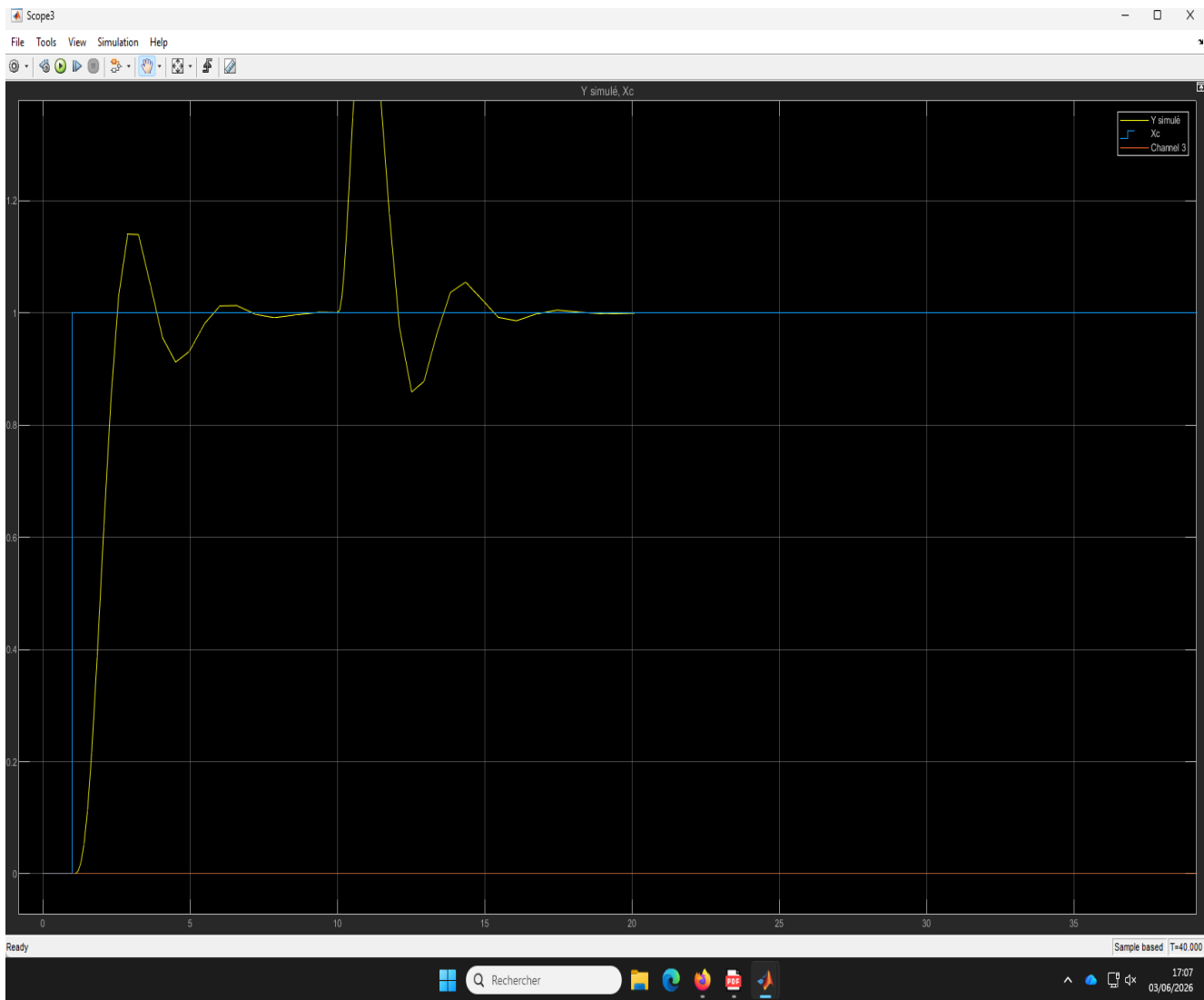
Kbar = 1×6

157.4000      364.9098      287.7787      -145.4672      7.7803

Ki=-Kbar(6)

Ki = 4.4000

En regardant la courbe suivante, nous déduisons que nous n'avons pas besoin de la précommande statique, car l'intégrateur corrige de manière dynamique ce que la précommande corrige de manière statique.



5)

On cherche maintenant à trouver la fonction de transfert entre les perturbations et la sortie, après un calcul sur le schéma bloc nous trouvons:

$$Y = \left( \frac{PB}{s} * (A + 1) \right) * C$$

$$Y = ((P*B)/s)$$

## Version étude de l'observateur

Pour l'étude de l'observateur, on peut se permettre de prendre le même  $K_i$  puisque le système simulé est précisément le même, ce qui nous donne donc aussi la même représentation d'état "perçue" par l'intégrateur. On obtient ainsi le schéma bloc et la courbe résultat suivants (considérant une différence de condition initiale sur l'observateur et le système réel et une perturbation à  $t=15s$ ) :





On remarque que le régime transitoire est bien mieux géré avec l'intégrateur et évite les oscillations ainsi que du dépassement. La perturbation est également rapidement amortie malgré qu'elle ait un facteur 2.5 avec la consigne ! On en déduit que ce modèle est fiable et adapté à des systèmes exigeants en précision.